

LA ESCALERA TRANSITIVA EN EL CONSUMO

DR. D. JOSÉ VILLACÍS GONZÁLEZ

Académico Correspondiente de la Real Academia de Doctores de España

Una escalera siempre es una ordenación

RESUMEN

La historia del análisis microeconómico sobre el consumo ha pasado por una serie de fases como son la teoría de las utilidades, las curvas de indiferencia, la preferencia revelada. En el fondo parten de dos bases de análisis: una es la utilidad misma que sigue un consumidor racional y hedonista. La otra es la valoración subjetiva de la naturaleza de los bienes y de la cantidad.

En este trabajo lo que importará es la combinación de dichos bienes. O sea, la manera de ordenar los bienes que el consumidor realiza en el consumo, lo que significa la forma en que están colocados. Desde el principio se parte de la ignorancia total sobre esa combinación, y que el sujeto se ve obligado a realizarlas todas, y elegir la que mejor prefiera. En ningún momento se intenta medir la utilidad, sino a preferir una combinación a otra, y establecer una escalera de preferencias.

Dicha escalera deberá estar sujeta a unas premisas analíticas importantes: matemáticas y económicas, para que sea coherente. La coherencia la proporciona su inevitable y directo carácter transitivo.

Palabras clave: preferencias, combinación, permutaciones ordinarias, transitivo, menú, lote, elección.

1. INTRODUCCIÓN

Los consumidores cuentan con unos bienes, a cuya simple consideración cuantitativa y a su naturaleza, le llamamos lote o universo de bienes. Estimamos que el sujeto los habrá elegido por su naturaleza, y que en dicho lote no se encontrarán bienes que no sean de su agrado. Tampoco se encontrarán en el lote bienes fraccionados, sino enteros o completos y nunca repetidos.

En consecuencia, todos los bienes podrán ser dispuestos para el consumo según criterios de colocación, de forma que sea posible elegir entre ellos, (permutaciones ordinarias), aquella combinación que sea preferida a las demás. Esta tarea supone que cada consumidor habrá elaborado todas las combinaciones de bienes, y habrá establecido toda una serie de preferencias. También supone un coste subjetivo que tampoco intentamos evaluar. Esa organización de menús basados en combinaciones de bienes representa una cadena de preferencias. A esa cadena la llamaremos la *escalera transitiva* y que define a este trabajo.

Otro de los condicionantes esenciales, o sacrificios de laboratorio tolerables, para la confección de una escalera transitiva de preferencias, consiste en admitir que no existen ni siquiera dos combinaciones que sean igualmente preferidas. De esta forma evitamos construir una escalera que tengan varios peldaños *inútiles* en el mismo nivel.

Construir la escalera es equivalente al coste de subirla. El coste de subirla es la tarea de confeccionar todas las combinaciones y después establecer todas las relaciones de preferencias. No se mide monetariamente.

En este trabajo no aparece el dinero. Se verá que la mayoría de las veces, casi todas, es preferible asumir ese coste de confeccionar todas las combinaciones y establecer una relación de preferencias, a renunciar al mismo en favor del azar o de una lotería.

El término de combinación implica un orden en el consumo de tipo temporal y de la clase de los bienes, según se disponen. Es un término que se usará en adelante, y que se refiere a todas las combinaciones posibles, con la intervención de todos los bienes sin que ninguno se repita. A esta área matemática se la conoce con el nombre de *permutaciones ordinarias*, y a ella nos referiremos cuando hablemos de combinación. Esta tarea consiste en contar todas las combinaciones.

A lo largo de este artículo hay argumentaciones que se repiten pero adquieren un significado especial según el apartado en que se encuentren.

2. EL PROTAGONISTA

El protagonista del acto del consumir es el consumidor individualmente considerado. Esta afirmación implica las siguientes afirmaciones.

1. El consumidor es el único testigo de su actividad y de su placer. El placer no se intenta medir.
2. No habrá un *ogro filantrópico* que imponga al consumidor los bienes que deberá consumir. Esta afirmación significa que:

Nadie decidirá o elegirá o preferirá, más que el consumidor.

2.2. El conjunto de bienes, como grupo: naturaleza y cantidad, son elegidos por el consumidor.

2.3. El sujeto tampoco se dejará llevar por la dictadura invisible de la costumbre. Esta afirmación deriva a dos conclusiones:

- 2.3.1. El consumidor será libre respecto a sus elecciones y preferencias del pasado, y en cada momento su inteligencia y voluntad, se encontrará libre y limpia de experiencias pasadas.
- 2.3.2. El consumidor será libre de las actitudes y decisiones *forasteras*, o sea de las preferencias manifestadas por otros individuos.
- 2.3.3. El sujeto no intenta medir el placer, lo que significa que jamás podrá verse perturbado porque no alcance a medirlo. En consecuencia, su única tarea consiste en la preferencia.

El consumidor contará con una serie de bienes y actuará de forma hedonista, o sea que siempre buscará el placer, y para lograrlo, actuará siempre racionalmente. En consecuencia no se presentarán obstáculos marginales que perturben el conocimiento y la racionalidad de los sujetos que se mueven en la búsqueda del placer. Esta afirmación son las condiciones de un laboratorio para un experimento científico.

La teoría de la utilidad carecía de fundamento experimental y de solidez objetiva, de modo que preferimos trabajar con un criterio pragmático y algebraico *de preferencia* diciendo que tal bien, por ejemplo el A, es preferido al B y lo formulamos: APB.

Más adelante definiremos lo que es un bien o agrupación de bienes. Diremos que un bien es aquello escaso, que satisface una necesidad, que es deseado y preferido por los consumidores y que por tanto genera un placer.

El objeto, o bien, en este trabajo vendrá definido por un combinación específica de bienes.

Una vez que el sujeto entra en el juego de la elección, establecerá una cadena de preferencias que serán una línea lógica transitiva en un orden racional y hedonista.

3. EL UNIVERSO DE BIENES

Suponemos que los sujetos se encuentran con una serie de bienes sin que importe la renta ni la forma en que se haya gastado en adquirirlos. De esos bienes se conoce su naturaleza interna y el número de que se dispone. Consideramos que ninguno de ellos se repite y tampoco se fraccionan en partes

A esos bienes que dispone el consumidor para consumirlos le llamamos el lote de los bienes, y ese es el universo máximo y mínimo con que cuenta. En el experimento que tratamos se deberá cumplir que:

1. Jamás podrán entrar otros bienes que no sean los del menú.
2. La actitud de los consumidores es independiente, lo que quiere decir que no se verá afectada por la actitud o acción de otro consumidor.
3. También descartamos perturbaciones aleatorias que perturben la acción racional y cognitiva en el consumo.

4. Los bienes representan cantidades discretas y no continuas.
5. Las cantidades serán finitas.
6. Los bienes representarán a unidades enteras y no fraccionadas.

Esos bienes, de este modo descritos, serán consumidos por el consumidor. La forma en que lo haga se describen en los siguientes apartados.

El consumo de todos y cada uno de los bienes por un consumidor, no limita el consumo por otros sujetos de los bienes del lote. Esto significa que todos y cada uno dispone de su universo de bienes o lote.

4. LA AGRUPACIÓN Y LA EXISTENCIA DE BIENES

Los bienes que se consumirán tienen un ciclo vital que comprende su nacimiento y su extinción, y ambas realidades se desarrollan siempre en grupo. Para explicarlo mejor debemos pasar por dos etapas cognitivas:

1. Los bienes existen una vez que aparecen en la cesta de bienes del consumidor. En este sentido diremos que adquieren vida. Este es el lote como grupo indiferenciado de bienes sobre el que el sujeto va a ejercitar una serie de actividades, la elección, que nacerán con su conocimiento y disposición, y que culminarán en el consumo y en el placer.

El sujeto consumirá todo el lote de bienes. Esta actividad es coherente con el suministro de bienes ya que han llegado a petición del consumidor, y esta petición es la que da vida a las palabras mencionadas: *los bienes existen una vez que aparecen en la cesta de bienes del consumidor. Es el consumidor el que les da vida.*

Los bienes siempre serán elegidos en grupo y consumidos sucesivamente dentro de dicho grupo de forma sucesiva. Esta afirmación equivale a decir que la primera tarea que realizará el consumidor es la de agrupar los bienes, después, establecer una combinación especial y por último la construcción vertical de una escala de preferencias.

La combinación de los bienes es necesaria para conocer cuál es la mejor combinación de bienes.

Para poder elegir entre combinaciones, es fundamental entender que cada combinación es una agrupación y que cada agrupación pueda entender como un bien. Puesto que hay varias combinaciones en consecuencia habrá varios bienes.

No es posible entender en cada agrupación a los bienes separados sino previamente agrupados en una combinación específica. Cada agrupación será entendida como un bien, de tal forma que habrá tantos *bienes* como combinaciones haya. Esto nos permitirá escoger entre una serie de bienes sin complicaciones cognitivas .

5. ORDINAL Y ORDENACIÓN

Empezaremos por una cuestión semántica y conceptual. La palabra ordenación tiene dos significados, uno específico en matemáticas y otro en economía.

En matemática se refiere a la colocación en una serie temporal de los elementos de un conjunto. Si ese conjunto A está constituido por n elementos, estos se podrán agrupar de forma diversa: el primero, el segundo, el tercero, etc. Ese es el término de ordenación, y que conceptual y semánticamente, se encuentra bajo el área de la disciplina matemática llamada generalmente como *combinatoria*. El área restringida que aquí tratamos dentro de la combinatoria, es el de *permutaciones ordinarias*. En consecuencia, el término *orden* se refiere a disposición, colocación, combinación. Un ejemplo: un sujeto puede consumir primero café, después postre y después cigarro. O bien, empezar por el postre, segundo el postre, etc... Este es el término de ordenación en matemáticas.

En economía, en especial en la teoría microeconómica sobre el consumo, el término ordinal se refiere a la actividad subjetiva del consumidor de preferir y por tanto, elegir un elemento, un bien, a otro bien y de asignarle un índice ordinal de preferencia. De esta forma se puede formar una cadena de preferencias que permite colocar a los bienes en una escala ordinal. El término ordinal se entiende como orden en la preferencia, u orden en las elecciones. En el anterior ejemplo se puede decir que se prefiere la combinación (postre, café y cigarrillos) a otra como: (cigarrillo, café y postre). En microeconomía se vincula un número ordinal (no cuantitativo) a cada combinación de bienes y desde allí se organiza una ordenación.

En un diccionario, el término de ordenar, significa colocar o situar elementos de acuerdo con un orden, y este término vale para cualquier argumento. Veremos como el término matemático de orden, al final, concluye con el término económico ordinal y se complementan. Esta complementariedad conceptual exige entrar primero en la actividad de combinar y después en la de seleccionar.

6. COMBINACIÓN

La idea de combinación significa colocar o disponer los elementos, en nuestra realidad los bienes del lote, en un orden específico. Puesto que hay varias formas de ordenarlos, habrá que contar todas las formas en que se pueden ordenar o colocar.

¿Por qué debemos combinar y contar todas las combinaciones posibles? porque el consumidor obtendrá una utilidad o placer en el consumo de cada combinación de bienes, aunque no intente ni pueda medirlas. Pero si que podrá preferir una combinación a otra combinación, y por tanto será necesario calcular o contar previamente todas las combinaciones.

Deberá conocer todas las combinaciones, porque de esta forma podrá elegir la mejor entre todas, y definir de esta forma el equilibrio del consumidor. En otras palabras, la elección implica la sabiduría del consumidor, y la sabiduría se refiere a todo tipo de elección posible, la cual proviene del conocimiento de todas las combinaciones posibles.

Por lo tanto, el equilibrio del consumidor vendrá determinado por aquella combinación que sea preferida entre todas las demás.

En nuestro ejemplo partimos de las siguientes premisas:

1. Todos los bienes se combinan.
2. Cada uno se consume íntegramente en un orden determinado. No vale, por ejemplo, el consumo de una parte ahora, por ejemplo: $1/5$ y la otra parte después, $4/5$, ya que hemos excluidos los números fraccionarios.
3. En la relación combinación utilidad debe cumplirse estas dos afirmaciones:
 - 3.1. Cada combinación determinará un nivel de utilidad y solo uno. No habrá dos o más combinaciones que generen el mismo nivel de utilidad.
 - 3.2. No habrá dos niveles de utilidad generados por una misma combinación.
4. Las utilidades no se miden pero si que es posible evidenciarlas por criterios de preferencias y por tanto se las vincula con un orden.

7. PERMUTACIONES ORDINARIAS Y MENÚS

Dentro de la disciplina de las combinaciones trabajaremos con las permutaciones ordinarias porque son las que se ajustan al caso que tratamos en las que intervienen todos los bienes, solamente esos bienes, ninguno se repite y no se contemplan fracciones.

El consumidor combinará todos los bienes: n , del lote o universo de bienes, o conjunto universal, de todas las formas posibles sin que ninguno se repita.

Por tanto:

$$P_n = n (n-1) (n-2) \dots 1$$

Se mide por el producto de los n primeros números *naturales*, en nuestro caso número de bienes, y que se representa por $n!$

$$P_n = n!$$

Como hemos indicado $n!$ es un número *natural* que sirve para contarlos elementos del conjunto de todas esas combinaciones posibles.

Este tratamiento combinatorio es fértil en el análisis, ya que permite un tratamiento total en las posibilidades de elección del consumidor, porque realiza un escrutinio exhaustivo de todas las posibilidades en el consumo. Si por ejemplo consume solamente 4 bienes, el podrá realizar $4!$ combinaciones, esto es: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ combinaciones.

Comentario:

Insistimos en la aclaración de que por conveniencia semántica llamamos *combinaciones* a las permutaciones ordinarias.

8. MENÚ Y ESCALERA

Un cliente en un restaurante estudia primero una relación de menús y después elige el que mejor placer le reporte. El menú viene representado por todas las combinaciones donde entran todos los bienes. En nuestro caso es el consumidor el que elabora el menú, ciertamente todos los menús posibles, y después prefiere a uno entre todos: este será el menú óptimo y es el que define al equilibrio del consumidor.

Cada combinación de bienes, o sea cada disposición de bienes en el consumo, o cada ordenación de bienes, define a un menú. En consecuencia la carta del menú que él ha elaborado se haya compuesta de $n!$ menús.

En nuestro ejemplo del apartado anterior, con 4 bienes, habrá confeccionado 24 menús diferentes, y de entre ellos elegirá uno que será el mejor. Recuérdese que en las premisas, no habrá ni siquiera dos menús que sean igualmente preferidos.

Puesto que hay $n!$ menús, el consumidor habrá realizado una actividad de contabilidad y otra de preferencias entre todos los menús. La primera actividad la conocemos y la hemos contado, se mide por $n!$ La segunda consiste en establecer una cadena de preferencias entre ellos de forma que defina a una escalera transitiva.

Una escalera transitiva significa que se producirá una cadena lógica de preferencias entre los menús. Esta actividad implica un criterio ordinal ya que se le puede asignar un número ordinal arbitrario a cada escalón de la escalera y organizarla de mayor a menor o de menor a mayor.

Esta asignación implica que automáticamente y por comparación, o elección, u ordenación, cada escalón, queda referenciado con respecto a cualquier otro. Por ejemplo, el menú tercero preferido al escalón quinto, el cual estará preferido con respecto al sexto y este respecto al noveno, y así sucesivamente.

No se puede afirmar que un menú sea k veces preferido a otro escalón situado más abajo, por ejemplo el primero respecto al cuarto, ya que no contamos con números naturales ($k > 0$) en la escaleras sino con números ordinales.

9. RECONCILIACIÓN SEMÁNTICA

Los términos de ordinal en las matemáticas y en el consumo se reconcilian. En matemática lo hemos empleado para ordenar todos los elementos: n elementos dentro de cada conjunto de todas las formas posibles. Después se pueden contar y este es el número natural $n!$. Ese número natural es distinto al derivado de criterios ordinales.

En economía establecemos una clasificación sucesiva ordinal en la escala de preferencias, y esta no es aditiva, y por tanto tampoco multiplicativa, según hemos visto en el apartado anterior. Si la escalera de preferencias tiene doce escalones, este no es un número natural sino un índice ordinal.

Ha sido necesario el criterio matemático derivado de ordenación para llegar a un número natural n (n bienes). Y este ha sido fundamental para contar los menús, o sea el nú-

mero de peldaños de la escalera en economía, los cuales también siguen un criterio ordinal. Hasta aquí, y solamente hasta aquí, vale la reconciliación semántica.

De cualquier forma esta argumentación sobre el término ordinal en matemáticas y en economía, es compatible con la concepción cardinal propia de los números naturales. Esta argumentación descansa, primero en el número total posible ordenación o colocación de los bienes, y que las permutaciones posibles permite calcular. Segundo, en la posibilidad de establecer una cadena de preferencias.

10. PROPIEDAD TRANSITIVA Y ESCALERA

Una vez que se ha construido una escalera de preferencias apreciamos las siguientes propiedades:

- 1.º Cada peldaño define a una combinación de bienes y solo a una combinación. Esta combinación es el primer paso sirve para referenciar a cada peldaño con respecto a los demás.
- 2.º Dicho peldaño representa a una preferencia de carácter ordinal, con respecto a otros peldaños. Esta preferencia se manifiesta igualmente en todas las direcciones: hacia *arriba* y hacia *abajo*, o sea preferida a...o no preferida a...
- 3.º Por tanto en toda la escalera se cumple exhaustivamente la propiedad transitiva.
- 4.º Jamás dejará de cumplirse, ni una sola vez, ni siquiera en cadena de tres como máximo, la propiedad transitiva.

En resumen, la propiedad transitiva en las elecciones o preferencias es la que define totalmente a la escalera. Por tal motivo la llamamos escalera transitiva.

11. SACRIFICIOS Y VENTAJAS NETAS

Los consumidores realizan las siguientes tareas:

- 1.º Elegir los bienes del lote.
- 2.º Combinar o confeccionar los menús. Matemáticamente combinar de todas las formas posibles los n bienes.
- 3.º Construir la escalera peldaño a peldaño. O sea subir la escalera y elegir el mejor, esto es el preferido número uno. Ese es el *menú óptimo*.

Estas tres tareas representan un trabajo o sacrificio indiciado en el número de bienes del lote, en la confección de los menús y en la construcción de la escalera o cadena de preferencias.

Todas estas tareas significan que cada combinación representa una ventaja *neta* en la elección. Esta ventaja neta está representada —no medida—, por la comparación entre la

ventaja derivada de la preferencia absoluta y el sacrificio total que se derivan de esa preferencia.

12. PREFERENCIAS Y AZAR

El apartado anterior nos lleva al tratamiento de la preferencia y del azar. La cuestión es la siguiente: Si eliminamos el sacrificio que implica la elección del lote, la confección de los menús, y la construcción de la escalera, siempre será conveniente la elección. De hecho es una tarea inevitable y adecuada para la obtención del mejor menú que es el equilibrio del consumidor.

Hemos dejado indicado que los sacrificios son una tarea inevitable para que el consumidor pueda llegar a elegir su menú mejor, pero el problema que se nos presenta es que si la utilidad no se puede medir, tampoco el sacrificio. En otras palabras, es posible considerar la posibilidad de trabajar sobre la construcción del lote, del menú y de la escalera y del sacrificio que comporta, frente a la posibilidad de dejarlo todo al azar.

¿En qué punto dejamos que intervenga el azar? Después de elegido el lote y de haber confeccionado los menús. En ese punto consideramos a los diferentes menús y se elige ciegamente, al azar, una combinación.

¿Interesa que intervenga el azar?

Esta pregunta se responde con los hechos. Los consumidores prefieren siempre solicitar y mantener el lote de bienes, agruparlos en un número de $n!$ combinaciones que llamamos menús y después construir una escalera de preferencias. Prefieren las utilidades netas generadas: beneficios menos costes, derivados de la construcción de la escalera, que el azar, porque este último genera incertidumbre o lo que es igual, nunca garantiza al cien por cien, la seguridad de generar el menú mejor.

Solamente interesa el azar en el caso del jugador paradójico que posee un solo bien, y por tanto un solo menú y ausencia de escalera. También en el caso del jugador *puro*, que prefiere ciegamente el azar a la certidumbre. En estos casos la elección y el azar permiten determinar con seguridad total el menú óptimo.

La medida o acercamiento a la teoría de probabilidades, en nuestra teoría combinatoria, vendrá dado por la colección de todos los menús posibles que serán *a priori* desconocidos. Si extraemos una papeleta del conjunto de $n!$ papeletas, o sea, si extraemos un menú, que es desconocido del conjunto de todos los menús, la posibilidad de acertar con el menú óptimo vendrá medida por:

$$1/n!$$

Y por tanto:

$$1/n! < 1$$

Esta última desigualdad nos indica que siempre es preferible construir una combinación y establecer una cadena-escalera de escalera, ya que la probabilidad de acertar en un juego de azar es menor que la probabilidad total.

Como hemos dicho el único caso en que es indiferente jugar al azar o no, es cuando solamente hay un bien. O sea, cuando $n = 1$, en cuyo caso vendrá representado por:

$$1/n = 1/1 = 1.$$

13. GRUPO DE CONSUMIDORES

¿Cuál será el menú óptimo en el caso de existir m sujetos, tal que $m > 1$? No se podrá garantizar *a priori* un menú social óptimo, o combinación óptima, tal que sea idéntico al menú social de cada uno de los miembros. Lo impide la paradoja de la votación de Arrow

Lo que nos interesa es explorar las siguientes áreas:

1. ¿Cuántas combinaciones se habrán consumido por todos los m miembros?
2. ¿Cuáles serán las elegidas en una escalera social de mejor a peor.
3. ¿Cuál será la combinación elegida?

En relación a la primera pregunta responderemos diciendo que cada sujeto (perteneciendo a m consumidores), gestionará $n!$ menús o combinaciones. Como son m sujetos en total seguirá habiendo $n!$ menús. Esto es diferente del total de los menús consumidos, -no decimos elegidos-. Los menús consumidos estarán medidos por m .

En el caso de que haya tantos menús como sujetos haya, esto es, cuando $n! = m$, el número total de menús o sea de combinaciones seguirá siendo $n!$.

En relación a la segunda pregunta. Si nos preguntamos cuántos menús serán consumidos, responderemos diciendo que tantos como sujetos haya. Que haya $n!$ menús elaborados no quiere decir que se consuman todos por cada consumidor, sino solamente uno. Luego habrá solamente m menús consumidos. Este será también el número de los menús óptimos elegido por cada protagonista consumidor suponiendo que cada uno tenga un menú elegido distinto del resto.

Este es un supuesto. Podemos partir de otra consideración, por ejemplo que haya más de un consumidor, por ejemplo: 3, que hayan elegido el mismo menú o combinación. En este caso el número de menús óptimos será de:

$m - 3$ menús.

En relación con la tercera pregunta. Esta implica una consideración política y que es el caso de bienes privados que son suministrados por Leviathan indiferente, esto es, por un sector público neutral. En este caso una combinación será impuesta. La cuestión es averiguar cuál menú. Será elegido el menú que tenga mayor número de votos y desde allí en una secuencia de estrategia de juegos el segundo, el tercero, etc. Aquí se abre un campo seductor para ser tratado en una teoría de juegos en el ámbito de la combinatoria y que está fuera del campo específico de este artículo.

14. CONCLUSIÓN

Se resalta la combinación de los bienes como el aspecto relevante en el consumo. Las combinaciones importan porque determinan distintos niveles de placer en el consumidor, y sobre todo y a efectos prácticos, porque permite establecer una cadena de preferencias entre las combinaciones.

Los sujetos elaboran todas las combinaciones posibles. Se llama menú a cada combinación. Si se acepta como premisa que ni siquiera dos poseen el mismo nivel de preferencias, es posible organizar una cadena de preferencias en dichos menús. De esta forma, cada menú será un peldaño en la escalera de preferencias. Una escalera es siempre una manifestación transitiva en las elecciones del consumidor y que, por lo tanto, permite relacionar cada uno de los conjuntos combinatorios con los demás.

BIBLIOGRAFÍA

- Arrow, J. K., (1950) *A Difficult in the Concept of Social Welfare*, Journal of Political Economy, 58.
- Aumann Robert, J.(1987): *Game Theory*, in New Palgrave.
- *(1995) *Backward Induction and Common Knowledge of Rationality*, *Games EB repeated*.
- **Games of Incomplete Information*, with M. Maschler.
- Baumol, W.W. J., (1946) *Community Indifference*, Review of Economic Studies, 14.
- Bergson, A., A., (1938): *Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics*, Quarterly Journal of Economics, 52.
- Binmore, Ken, (1999): *Game Theory and Social Contract: Playing Fair*, MIT Press.
- Debreu, G., (1951) *The Coeficient of Resource Allocation*, in Ecta, 19, pp 273-92.
- Dutta, Prajit, (1999): *Strategies and Games: Theory and Practice*, MIT Price.
- Fisher, Ronald, (1930): *The Genetical Theory of Natural Selection*. Clarendon Press, Oxford.
- Fudenberg, Drew y Jean Tirole (1991), *Game Theory*, MIT Press, ISBN 0262061414.
- Friedman, J.W.(1991): *Teoría de Juegos con Aplicaciones a la Economía*. Editorial alianza Universidad.
- Gintis, Herbert (2000): *Game Theory Evolving*. Princeton Univeristy Press, ISBN 0691009430.
- Harsanyi, J.C., (1953) *Cardinal Utility in Welfare Economics and in the Theory of Risk Taking*, Journal of Political Economy, 61.
- Hicks, J.R., (1939): *Value and Capital*, Clarendon Press, Oxford.
- Houthakker, H.S., (1950): *Revealed Preference and the Utility Function*, Econometrica 17.
- Kreps, D.M.(1994) : *Teoría de los Juegos y Modelación Económica*. Fondo de cultura Económica, 1º edición.
- Majumdar, T., (1956) *Choice and Revealed Preference*, Econometrica, 24.
- Mishan, E.J., (1956) *An Investigation into Some Alleged Contradictions in Welfare Economics*, Economic Journal 67.
- Morgenstern, Oskar y John Von Neuman, (1947): *The Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton Univeristy Press.
- Nash, John, (1950): *Equilibrium Points in n-person Games*, Proceedings of the National Academy of the USA, 36(1):48-49.

- Poundstone William: (2005): *El Dilema del Prisionero*, Alianza Editorial. Madrid
- Samuelson, P.A., (1947): *Foundation of Economics Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- Simon Herbert, (1987): *Scientific Discovery: Computational Explorations of the Creative Processes*, with Pat Langgley, Gary Bradshaw and Jan Zytkow, MIT Press.
- Smith Maynard, John, (1982) : *Evolution and the Theory of Game*. Cambridge University Press.
- Sen, A. K., (1963): *Distribution, Transitivity and Little's Welfare Criteria*, Economic Journal, 73.
- Villacís, J., (1993): *La Combinatorial theory Aplicada a la Teoría de la Utilidad*. Esic Market, n 79. Madrid.
- * (1994): *La Combinatorial theory Aplicada al Estudio de la Producción*, Esic Market, pp 43-58.
- * (2004): *Chaos and Combinatorial Ordering in Economics: Chaos and a System's Energy Are Similar Concepts*. Conference, 6th August in Istambul.
- * (2005): *Business, Combinatorial Theory and Decision Making*, The Business Review, Cambridge, volume 3, December, pp 55-60.
- * *The Building Rubick's Cube: A Function of Production*. Review of Business Information System- Volume 12, number 1. First Quarter. 2008.
- * *Building A Social Menu*. American Journal of Business Research-First Quarter 2008. Volume 1, Number 1.
- * *Combinatorics in the Theory of Production*, by Intellectbase International Consortium. October-2009- ISSN 1940-1984.
- * *Disertaciones sobre Combinaciones en Economía*. Editorial Prosopón-Belgeuse. 2008.